

Vabariigi Valitsuse 6. jaanuari 2011. a määrus nr 2  
„Gümnaasiumi riiklik õppekava“

## **AINEKAVA “MATEMAATIKA”**

Gümnaasium

# SISUKORD

1. MATEMAATIKA .....	4
1.1. Matemaatikapädevus.....	4
1.2. Ainevaldkonna õppeained ja maht.....	5
1.3. Õppeaine kirjeldus .....	5
1.4. Üldpädevuste kujundamine.....	6
1.5. Õppetegevus.....	8
1.6. Hindamine.....	9
1.7. Lõiming.....	10
1.8. Läbivad teemad.....	11
1.9. Kool võimaldab:.....	12
2. KITSAS MATEMAATIKA .....	13
2.1. Õppe- ja kasvatuseesmärgid .....	13
2.2. 10. Klass.....	14
2.2.1. I kursus „Arvuhulgad. Avaldised. Võrrandid ja võrratused”.....	14
2.2.2. II kursus „Trigonomeetria I”.....	15
2.2.3. III Kursus Trigonomeetria II” .....	15
2.2.4. IV kursus „Vektor tasandil. Joone võrrand” .....	16
2.3. 11.Klass.....	17
2.3.2. VI kursus „ Arvjadad. Funktsioonid I” .....	18
2.3.3. VII kursus „Funktsioonid II” .....	19
2.3.4. VII kursus „ Funktsiooni piirväärtus ja tuletis. Tuletise rakendused” .....	21
2.4. 12.Klass.....	22

2.4.1. IX Kursus „Planimeetria. Integraal” .....	22
2.4.2. X Kursus „Sirge ja tasand ruumis“ .....	22
2.4.3. XI Kursus „Stereomeetria“ .....	23
2.4.3. XII kursus. „Kordamine“ .....	24
3. LAI MATEMAATIKA (14 valikkursusega) .....	25
3.1. Õppe- ja kasvatusesmärgid .....	25
3.2. Kursuste õpitulemused ja õppesisu .....	26
3.2.1. I kursus „Avaldised ja arvuhulgad” .....	26
3.2.2. II kursus „Võrrandid ja võrrandisüsteemid” .....	27
3.2.3. III kursus „Võrratused. Trigonomeetria I” .....	27
3.2.4. IV kursus „Trigonomeetria II” .....	28
3.2.5. V kursus „Vektor tasandil. Joone võrrand” .....	29
3.2.6. VI kursus „Tõenäosus, statistika“ .....	30
3.2.7. VII kursus „Funktsioonid. Arvjadad” .....	31
3.2.8. VIII kursus „EkspONENT- ja logaritmifunktsioon“ .....	32
3.2.9. IX kursus „Trigonomeetrilised funktsioonid. Funktsiooni piirväärtus ja tuletis” .....	33
3.2.10. X kursus „Tuletise rakendused” .....	33
3.2.11. XI kursus „Integraal. Planimeetria“ .....	34
3.2.12. XII kursus „Sirge ja tasand ruumis“ .....	35
3.2.13. XIII kursus „Stereomeetria“ .....	36
3.2.14. XIV kursus „Matemaatika rakendused, reaalsete protsesside uurimine” .....	36

# 1. MATEMAATIKA

## 1.1. Matemaatikapädevus

Matemaatikapädevus tähendab matemaatiliste mõistete ja seoste süsteemset tundmist, samuti suutlikkust kasutada matemaatikat temale omase keele, sümbolite ja meetoditega erinevate ülesannete modelleerimisel nii matemaatika sees kui ka teistes õppeainetes ja eluvaldkondades. Matemaatikapädevus hõlmab üldist probleemi lahendamise oskust, mis sisaldab endas oskust probleeme püstitada, sobivaid lahendusstrateegiaid leida ja neid rakendada, lahendusideed analüüsida, tulemuse tõesust kontrollida. Matemaatikapädevus tähendab loogilise arutlemise, põhjendamise ja tõestamise oskust, samuti erinevate esitusviiside (sümbolid, valemid, graafikud, tabelid, diagrammid) mõistmise ja kasutamise oskust. Matemaatikapädevus hõlmab ka huvi matemaatika vastu, matemaatika sotsiaalse, kultuurilise ja personaalse tähenduse mõistmist ning info- ja kommunikatsioonitehnoloogia (edaspidi *IKT*) võimaluste kasutamist.

Gümnaasiumi lõpetaja:

1. väärtustab matemaatikat, suudab hinnata ja arvestada oma matemaatilisi võimeid karjääri planeerides;
2. on omandanud süsteemse ja seostatud ülevaate matemaatika erinevate valdkondade mõistetest, seostest ning protseduuridest;
3. mõistab ja analüüsib matemaatilisi tekste, esitab oma matemaatilisi mõttekäike nii suuliselt kui ka kirjalikult;
4. arutleb loovalt ja loogiliselt, leiab probleemülesande lahendamiseks sobivaid strateegiaid ning rakendab neid;
5. püstitab matemaatilisi hüpoteese, põhjendab ja tõestab neid;
6. mõistab ümbritsevas maailmas valitsevaid kvantitatiivseid, loogilisi, funktsionaalseid, statistilisi ja ruumilisi seoseid;
7. rakendab matemaatilisi meetodeid teistes õppeainetes ja erinevates eluvaldkondades, oskab igapäevaelu probleemi esitada matemaatika keeles ning interpreteerida ja kriitiliselt hinnata matemaatilisi mudeleid igapäevaelu kontekstis;
8. tõlgendab erinevaid matemaatilise info esituse viise (graafik, tabel, valem, diagramm, tekst);
9. oskab valida sobivat esitusviisi ning üle minna ühelt esitusviisilt teisele;

10. kasutab matemaatilises tegevuses erinevaid teabeallikaid (mudelid, teatmeteosed, IKT vahendid jne) ja hindab kriitiliselt neis sisalduvat teavet.

## **1.2. Ainevaldkonna õppeained ja maht**

Ainevaldkonda kuuluvad kaks õppeainet – kitsas matemaatika ja lai matemaatika.

Kitsa matemaatika 8 kohustuslikku kursust on: „Arvuhulgad. Avaldised. Võrrandid ja võrratused“; „Trigonomeetria“; „Vektor tasandil. Joone võrrand“; „Tõenäosus ja statistika“; „Funktsioonid I“; „Funktsioonid II“; „Planimeetria. Integraal“; „Stereomeetria“.

4 valikkursust on: „Trigonomeetria II“ ; „Funktsiooni piirväärtus ja tuletis (Lai)“; „Tuletise rakendused (Lai)“; „Kordamine“

Lai matemaatika 14 kohustuslikku kursust on: „Avaldised ja arvuhulgad“; „Võrrandid ja võrrandisüsteemid“; „Võrratused. Trigonomeetria I“; „Trigonomeetria II“; „Vektor tasandil. Joone võrrand“; „Tõenäosus, statistika“; „Funktsioonid. Arvjadad“; „EkspONENT- ja logaritmifunktsioon“; „Trigonomeetrilised funktsioonid. Funktsiooni piirväärtus ja tuletis“; „Tuletise rakendused“; „Integraal. Planimeetria“; „Sirge ja tasand ruumis“; „Stereomeetria“; „Matemaatika rakendused, reaalse protsesside uurimine“.

## **1.3. Õppeaine kirjeldus**

Lai matemaatika ja kitsas matemaatika erinevad nii sisu kui ka käsituslaadi poolest. Laias matemaatikas käsitletakse mõisteid ja meetodeid, mida on vaja matemaatikateaduse olemusest arusaamiseks. Erinevalt laiast matemaatikast ei ole kitsa matemaatika õppe põhiülesanne mitte matemaatika kui teadusharu enese tundmaõppimine, vaid peamine on matemaatika rakenduste vaatlemine inimest ümbritseva maailma teaduspõhiseks kirjeldamiseks ning elus toimetuleku tagamiseks.

Selleks vajalik keskkond luuakse matemaatika mõistete, sümbolite, omaduste ja seoste, reeglite ja protseduuride käsitlemise ning intuitsioonil ja loogilisel arutelul põhinevate mõttekäikude esitamise kaudu. Nii kitsas kui ka lai matemaatika annab õppijale vahendid ja oskused rakendada teistes õppeainetes vajalikke matemaatilisi meetodeid.

Kitsale matemaatikale võib valikkursustena lisada ka laia matemaatika kursusi. Kitsa matemaatika järgi õppinud õpilastel on soovi korral võimalik üle minna laiale matemaatikale ja laia matemaatika järgi õppinud õpilastel kitsale matemaatikale. Ülemineku tingimused sätestab kool oma õppekavas.

### **Üleminekutingimused:**

Laialt kursuselt saab kitsale üle minna alati, kuid parimaks võimaluseks on seda teha pärast 5. kursust (10. klassi lõpus) või pärast 3. kursust.

Kitsalt kursuselt laiale üleminek on raske, sest esimesed kursused erinevad väga palju. Üleminekul tuleb palju iseseisvat lisatööd teha. Parimaks võimaluseks on pärast 2. kursust.

### **1.4. Üldpädevuste kujundamine**

Matemaatika õppimise kaudu arendatakse matemaatikapädevuse kõrval kõiki ülejäänud üldpädevusi.

*Kultuuri- ja väärtuspädevus.* Matemaatikat õppides tutvuvad õpilased erinevate maade ja ajastute matemaatikute saavutustega ning saavad seeläbi tajuda kultuuride seotust. Õpilasi juhatakse tunnetama loogiliste mõttekäikude elegantsi ning märkama geomeetriliste kujundite harmooniat arhitektuuris ja looduses. Arendatakse püsivust, objektiivsust, täpsust ja töökust.

*Sotsiaalne ja kodanikupädevus.* Vastutustunnet ühiskonna ja kaaskodanike ees kasvatatakse sellekohase kontekstiga tekstülesannete lahendamise kaudu. Probleemülesannete lahendusideede väljatöötamisel rühmatöö kaudu ning projektõppes arendatakse koostööoskust. Kahe erineva tasemega matemaatikakursuse olemasolu võimaldab paremini arvestada erinevate matemaatiliste võimetega õpilasi.

*Enesemääratluspädevus.* Erineva raskusastmega ülesannete iseseisva lahendamise kaudu võimaldatakse õpilasel hinnata oma nõrku ja tugevaid külgi, arendada oma matemaatilisi võimeid. Selleks sobivad kõige paremini avatud probleemülesanded.

*Õpipädevus.* Ülesannete lahendamise kaudu arendatakse analüüsimise, ratsionaalsete võtete otsingu ja tulemuste kriitilise hindamise oskusi. Arendatakse üldistamise ja analoogia kasutamise oskust ning oskust kasutada õpitud teadmisi uutes olukordades. Õpilases kujundatakse arusaam, et ülesannete lahendusteid on võimalik leida üksnes tema enda iseseisva mõtlemise teel. Aidatakse leida sobivad teabeallikad ja juhendajad ning kasutada õppimisel nende abi; planeerida õppimist ja seda plaani järgida; kasutada erinevaid õpistrateegiaid ja õpitut erinevates olukordades ja probleeme lahendades; seostada omandatud teadmisi varemõpituga; analüüsida oma teadmisi ja oskusi, motiveeritust ja enesekindlust ning selle põhjal edasiõppimise võimalusi.

*Suhtluspädevus.* Arendatakse suutlikkust väljendada oma mõtet selgelt, lühidalt ja täpselt. Eelkõige toimub see mõistete korrektsete definitsioonide esitamise, hüpoteeside ja väidete või teoreemide sõnastamise ning ülesannete lahenduste vormistamise kaudu. Tekstülesandeid lahendades areneb funktsionaalne lugemisoskus: õpitakse eristama olulist ebaolulisest ja nägema objektide seoseid.

Matemaatika oluline roll on kujundada valmisolek mõista, seostada ja edastada infot, mis on esitatud erinevatel viisidel (tekst, graafik, tabel, diagramm, valem). Arendatakse suutlikkust formaliseerida tavakeeles esitatud infot ning vastupidi: esitada matemaatiliste sümbolite ja valemite sisu tavakeeles.

*Matemaatika-, loodusteaduste- ja tehnoloogiaalane pädevus* – suutlikkus kasutada matemaatikale ja loodusteadustele omast keelt, sümboleid, meetodeid ja mudeleid, lahendades erinevaid ülesandeid kõigis elu- ja tegevusvaldkondades; mõista loodusteaduste ja tehnoloogia tähtsust ning mõju igapäevaelule, loodusele ja ühiskonnale; mõista teaduse ja tehnoloogiaga seotud piiranguid ja riske; teha tõendus põhiseid otsuseid erinevates eluvaldkondades; kasutada uusi tehnoloogiaid loovalt ja uuendusmeelselt.

*Ettevõtlikkuspädevuse* arendamine peaks matemaatikas olema kesksel kohal. Uute matemaatiliste teadmiseni jõutakse sageli vaadeldavate objektide omaduste analüüsimise kaudu: uuritakse objektide ühiseid omadusi, selle alusel sõnastatakse hüpotees ja otsitakse ideid selle kehtivuse põhjendamiseks. Säärase tegevuse käigus areneb suutlikkus ideid luua ja ellu viia, kasutades omandatud teadmisi ja oskusi erinevates elu- ja tegevusvaldkondades; näha probleeme ja neis peituvaid võimalusi, aidata kaasa probleemide lahendamisele; seada eesmärged, koostada lühi- ja pikaajalisi plaane, neid tutvustada ja ellu viia; korraldada ühistegevusi ja neist osa võtta, näidata algatusvõimet ja vastutada tulemuste eest; reageerida loovalt, uuendusmeelselt ja paindlikult muutustele ning võtta arukaid riske; mõelda kriitiliselt ja loovalt, arendada ja hinnata oma ja teiste ideid.

*Digipädevus.* Matemaatikat õppides kasutatakse digivahendeid teabe leidmiseks ning saadud teabega probleemülesannete lahendamiseks, sh loovate ja alternatiivsete lahenduskäikude leidmiseks. Digivahendeid rakendatakse hüpoteese püstitades ja kontrollides, matemaatilisi ja elulisi seoseid uurides ning visualiseerides. Digitaalse sisuloome oskust arendatakse uurimis- või loovtööde koostamise ja vormistamise kaudu. Isikuandmeid sisaldavaid ülesandeid koostades ja lahendades pööratakse tähelepanu interneti turvalisusele ning igapäevaelu väärtuspõhimõtete järgimisele.

## 1.5. Õppetegevus

Gümnaasiumis tugineb matemaatika õppimine ja õpetamine põhikoolis õpitule. Õppetegevus on suunatud õpilase kui isiksuse mitmekülgsel arengule, mis arvestab õpilase individuaalseid iseärasusi ja võimeid, unustamata seejuures kollektiivse meeskonnatöö tähtsust ja kujundamise vajadust. Selleks sobivad mitmed aktiivõppe meetodid ja vormid, rühmatöö, probleemõpe, projektides osalemine, ühised referaadid jne.

Õppetegevuses arvestatakse, et oluline on õpilase iseseisev töö. See tagab parema arusaamise matemaatikast kui ainek, matemaatika tähtsusest teistes ainetes/teadustes, matemaatika rollist igasuguses praktikas. Põhiliselt toimub iseseisev töö matemaatikas mitmesuguste ülesannete lahendamise kaudu, kaasa arvatud avatud ja probleemülesanded.

Viimati nimetatute lahendamine nõuab küll tavalisest rohkem aega, kuid need ülesanded on seda väärt, et õppeveerandis/tsükliks lahendada vähemalt üks selline ülesanne. Gümnaasiumi osas on sellel sageli teadusliku uurimustöö iseloom, mis arendab loovust ja mõtlemisoskust, kuid ka kriitilist meelt ja analüüsioskust. Iseseisva töö oskusi ja harjumusi omandatakse ka erinevatest allikatest teabe otsimisega, matemaatika või matemaatika ajaloo kohta referaatide koostamisega jne.

Õppeprotsessis on matemaatika mõistete ja seoste ning nende rakendamise oskuste omandamise kõrval oluline rõhutada matemaatikas kui teaduses kasutatavaid meetodeid, millega tutvutakse juba koolis. Neist kõige kasutatavam on koordinaatide meetod. Võimsaks vahendiks gümnaasiumis on ka funktsiooni tuletis.

Gümnaasiumi lõpetaja:

1. koostab ja rakendab sobivaid matemaatilisi mudeleid, lahendades erinevate eluvaldkondade ülesandeid;
2. väljendub matemaatilist keelt kasutades täpselt ja lühidalt, arutleb ülesandeid lahendades loovalt ja loogiliselt;
3. kasutab matemaatikat õppides ning andmeid otsides ja töödeldes IKT vahendeid;
4. hindab oma matemaatilisi teadmisi ja oskusi ning arvestab neid edasist tegevust kavandades;
5. mõistab ja eristab funktsionaalseid ning statistilisi protsesse;
6. lihtsustab avaldusi, lahendab võrrandeid ja võrratusi;
7. kasutab trigonomeetria geomeetriliste kujunditega seotud ülesandeid lahendades;
8. esitab põhilisi tasandilisi jooni valemi abil, skitseerib valemi abil antud joone;



9. kasutab juhusliku sündmuse tõenäosust ja juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikuid, uurides erinevate eluvaldkondade nähtusi;
10. tunneb õpitud funktsioonide omadusi ning rakendab neid;
11. leiab geomeetriliste kujundite joonelemente, pindalasid ja ruumalasid.

## 1.6. Hindamine

Matemaatika õpitulemusi hinnates võetakse aluseks tunnetuslikud protsessid ja nende hierarhiline ülesehitus.

1. Faktide, protseduuride ja mõistete teadmine: meenutamine, äratundmine, info leidmine, arvutamine, mõõtmine, klassifitseerimine/järjestamine.
2. Teadmiste rakendamine: meetodite valimine, matemaatilise info esitamine eri viisidel, modelleerimine ning rutiinsete ülesannete lahendamine.
3. Arutlemine: põhjendamine, analüüs, süntees, üldistamine, tulemuste hindamine, reaalsusest tulenevate ning mitterutiinsete ülesannete lahendamine.

Hindamise vormidena kasutatakse kujundavat ja kokkuvõtvat hindamist.

Kujundav hindamine annab infot ülesannete üldise lahendamisoskuse ja matemaatilise mõtlemise ning õpilase suhtumise kohta matemaatikasse. Kujundav hindamine on enamasti mittenumbriline.

1. Õppetunni või muu õppetegevuse ajal antakse õpilasele tagasisidet aine ja ainevaldkonna teadmiste ja oskuste ning õpilase hoiakute ja väärtuste kohta.
2. Koostöös kaaslaste ja õpetajaga saab õpilane seatud eesmärkide ja õpitulemuste põhjal julgustavat ning konstruktiivset tagasisidet oma tugevuste ja nõrkuste kohta.
3. Praktiliste tööde ja ülesannete puhul ei hinnata mitte ainult töö tulemust, vaid ka protsessi.
4. Kirjalikke ülesandeid hinnates parandatakse ka õigekirjavead, mida hindamisel ei arvestata.

Kokkuvõtva hindamise korral võrreldakse õpilase arengut õppekavas toodud oodatavate õpitulemustega, kasutades numbrilist hindamist. Õpitulemuste saavutatust hinnatakse tunnikontrollide ja kontrolltöödega ning muude kontrollivõtetega. Kursuse kokkuvõttev hinne kujundatakse nende ja vajaduse korral kursust kokku võtva kontrollivormi tulemuste alusel.

Õpilaste teadmisi ja oskusi kontrollitakse eespool esitatud kolmel tasemel: teadmine, rakendamine ning arutlemine. Õpilase teadmisi ja oskusi hinnatakse rahuldava hindegaga, kui ta on omandanud

matemaatika ainekavas esitatud õpitulemused teadmise ja rutiinsete ülesannete lahendamise tasemel, ning väga hea hindegaga, kui ta on omandanud õpitulemused arutlemise tasemel. Kui õpitulemused omandatakse teadmiste rakendamise tasemel, hinnatakse neid hindegaga „neli”.

### 1.7. Lõiming

Matemaatikaõpetuse lõimimise eeldused vertikaalselt (ainesiseselt) loob ainekavas pakutud kursuste järjestus. Matemaatikaõpetuse lõimimine horisontaalselt (teiste ainevaldkondade õpetusega ja õppeainetevälise infoga) vajab igas koolis erinevate ainete õpetajate tihedat koostööd nii kooli õppekava koostamisel kui ka selle realiseerimisel. Kooli õppekavas on vaja esile tuua ainetevahelised ja aineteüleised teemad, mida on vaja lõimida, märkides igas ainekavas nende teemade koha kalendaarselt ja ulatuselt. Lõimimise organiseerimise lihtsaim viis on, kui erinevate ainete õpetajad viitavad teemat käsitledes õpilaste varasematele või ka ees ootavatele kokkupuudetele selle teemaga teiste ainete õppimisel. Oluline on, et erinevate ainete õpetajad teaksid sama teema käsituslaadi ja sügavust teistes ainetes ning oskaksid erisuste korral sellele tähelepanu juhtida. Tavapäraselt käsitletakse teemat ajaliselt varem või samal ajal matemaatikas ning seejärel teistes ainetes. Samas on võimalik ka teistpidine järjekord. Näiteks võib füüsikas rääkida vektoriaalsetest suurustest enne vektori käsitlust matemaatikas. Olenemata sellest, kummas aines vektorist varem räägitakse, peavad mõlemad õpetajad selle teema juures juhtima tähelepanu vektori tavapärasele erisusele matemaatikas ja füüsikas.

Ühelt poolt kujuneb õpilastel teistes ainevaldkondades rakendatavate matemaatiliste meetodite kasutamise kaudu arusaamine matemaatikast kui oma universaalse keele ja meetoditega teisi ainevaldkondi toetavast ja lõimivast baasteadusest. Teiselt poolt annab teistest ainevaldkondadest ja reaalsusest tulenevate ülesannete kasutamine matemaatikakursuses õpilastele ettekujutuse matemaatika rakendusvõimalustest ning tihedast seotusest õpilasi ümbritseva maailmaga.

Eriti niisuguste teemade puhul, kus on vaja lõimida nii ainesiseseid kui ka ainetevahelisi ja -üleiseid aspekte, on efektiivseim multidistsiplinaarne lähenemine. Näiteks saaks ühisteemana käsitleda meetermõõdustiku teket, levikut, selle seost Pariisi Kommuuniga, teaduse ja tehnika revolutsiooniga, jne. Seda teemat sügavuti avades on võimalik kasutada nii matemaatikat kui ka ajalugu, ühiskonnaõpetust, geograafiat, kirjandust, võõrkeeli jt õppeaineid. Küllap on reaalses koolitöös selliseid metateemasid siiski raske erinevate ainete sama nädala tundide kavasse lülitada ilma õppeainete loogilist struktuuri kahjustamata. Seevastu on interdistsiplinaarset vaadet teemale

kerge rakendada õpilaste loovtöodes, uurimistöodes, kollektiivsete ettekannete koostamises õpilaste teaduskonverentsiks, projektõppes vms. Oluline on kavandada kooli õppekavas õpilastel tekkinud sisemise lõimingu taseme määramist.

### **1.8. Läbivad teemad**

Õppekava üldosas toodud läbivad teemad realiseeritakse gümnaasiumi matemaatikaõpetuses eelkõige õpetegevuse sihipärase korraldamise ning ülesannete elulise sisu kaudu.

Läbiv teema „*Elukestev õpe ja karjääriplaneerimine*” seostub kogu õppes järk-järgult kujundatava õppimise vajaduse tajumise ning iseseisva õppimise oskuse arendamise kaudu. Enda tunnetuslike võimete reaalne hindamine on üks tähtsamaid edasise karjääriplaneerimise lähtetingimusi. Seega on oluline, et noor inimene saab matemaatikatundides hinnangu oma võimele abstraktselt ja loogiliselt mõelda, et selle põhjal oma karjääriplaneerimist korrigeerida, ent ka oma tunnetuslikke võimeid arendada.

Läbiva teema „*Keskkond ja jätkusuutlik areng*” probleemistik jõuab matemaatikakursusesse eelkõige seal esitatavate ülesannete kaudu, milles kasutatakse reaalseid andmeid keskkonnaressursside kasutamise kohta. Neid andmeid analüüsides arendatakse säästvat suhtumist ümbritseva suhtes ning õpetatakse väärtustama elukeskkonda. Võimalikud on õuesõppetunnid ja õppekäigud. Eesmärk on saavutada, et õpilased õpiksid võtma isiklikku vastutust jätkusuutliku tuleviku eest ning omandama vastavaid väärtushinnanguid ja käitumisnorme. Kujundatakse kriitilist mõtlemist ja probleemide lahendamise oskust ning analüüsitakse keskkonna ja inimarengu perspektiive. Seda teemat käsitledes on tähtsal kohal protsentarvutus, muutumist ja seoseid kirjeldav matemaatika ning statistika elemendid.

Teema „*Kultuuriline identiteet*” seostamisel matemaatikaga on olulisel kohal matemaatika ajaloo elementide tutvustamine ning ühiskonna ja matemaatikateaduse arengu seostamine. Protsentarvutuse ja statistika järgi saab kirjeldada ühiskonnas toimuvaid protsesse ühenduses mitmekultuurilisuse teemaga (eri rahvused, erinevad usundid, erinev sotsiaalne positsioon ühiskonnas jt).

Läbiva teema „*Kodanikualgatus ja ettevõtlikkus*” käsitlemine realiseerub eelkõige matemaatika ning teisi õppeaineid ja igapäevaelu integreerivate ühistegevuste kaudu (uurimistööd, rühmatööd, projektid jt).

Eriti tähtsaks on muutunud teema „*Tehnoloogia ja innovatsioon*”. Matemaatikakursuse lõimingu kaudu tehnoloogia ja loodusainetega saavad õpilased ettekujutuse tehnoloogiliste protsesside kirjeldamise ning modelleerimise meetoditest. Õpilast suunatakse kasutama IKT elulisi probleeme

lahendades ning oma õppimist ja tööd tõhustades. Matemaatikaõpetus peaks igati pakkuma võimalusi ise avastada ja märgata seaduspärasusi ning seeläbi aitama kaasa loovate inimeste kujunemisele. Seaduspärasusi avastades kasutatakse mitmesugust õpitarkvara.

Teema „*Teabekeskond*” seondub eriti oma meediamanipulatsioonide hõlmavas osas tihedalt matemaatikakursuses käsitletavate statistiliste protseduuride ja protsentarvutusega. Õpilast juhitakse arendama kriitilise teabeanalüüsi oskusi.

Läbiv teema „*Tervis ja ohutus*” realiseerub matemaatikakursuses ohutus- ja tervishoiualaseid reaalseid andmeid sisaldavate ülesannete kaudu (nt liikluskeskkonna ohutuse seos sõidukite liikumise kiirusega, nakkushaiguste leviku eksponentsiaalne olemus, muid riskitegureid hõlmavate andmetega protsentülesanded ja graafikud). Matemaatikat õpetades ei saa alahinnata õpilaste positiivsete emotsioonide teket (nt kaunitest konstruktsioonidest, haaravatest probleem-ülesannetest). Teema „*Väärtused ja kõlblus*” külgneb matemaatika õppimisel eelkõige selle kõlblise komponendiga – korralikkuse, hoolsuse, süstemaatilisuse, järjekindluse, püsivuse ja aususe kasvatamisega. Õpetaja eeskujul on tähtis osa tolerantse suhtumise kujunemisel erinevate võimetega kaaslastesse.

### **1.9. Kool võimaldab:**

1. õppe klassis, kus on tahvel ja tahvlile joonestamise vahendid;
2. vajaduse korral kasutada klassis internetiühendusega IKT vahendeid ning esitlustehnikat;
3. tasandiliste ja ruumiliste kujundite komplekte;
4. klassiruumis kasutada taskuarvutite komplekti.

## 2. KITSAS MATEMAATIKA

### 2.1. Õppe- ja kasvatuseesmärgid

Matemaatika õpetusega taotletakse, et õpilane:

1. saab aru matemaatika keeles esitatud teabest;
2. kasutab ja tõlgendab erinevaid matemaatilise info esituse viise;
3. rakendab matemaatikat erinevate valdkondade probleeme lahendades;
4. väärtustab matemaatikat ning tunneb rõõmu matemaatikaga tegelemisest;
5. arendab oma intuitsiooni, arutleb loogiliselt ja loovalt;
6. kasutab matemaatilises tegevuses erinevaid teabeallikaid;
7. kasutab matemaatikat õppides arvutiprogramme.

### Õppeaine kirjeldus

Kitsa matemaatika eesmärk on õpetada aru saama matemaatika keeles esitatud teabest, kasutada matemaatikat igapäevaelus esinevates olukordades, tagades sellega sotsiaalse toimetuleku. Kitsa kava järgi õpetatakse kirjeldavalt ja näitlikustavalt, matemaatiliste väidete põhjendamine toetub intuitsioonile ning analoogiale. Olulisel kohal on rakendusülesanded.

### Õpitulemused

Gümnaasiumi lõpetaja:

1. mõistab ja rakendab õpitud matemaatilisi meetodeid ning protseduure;
2. arutleb loogiliselt ja loovalt, formaliseerib oma matemaatilisi mõttekäike;
3. hindab oma matemaatilisi teadmisi, mõistab reaalariduse olulisust ühiskonnas ning arvestab seda, kavandades oma edasist tegevust;
4. mõistab ja eristab funktsionaalseid ning statistilisi protsesse;
5. koostab ja rakendab sobivaid matemaatilisi mudeleid, lahendades erinevate valdkondade ülesandeid;
6. kasutab matemaatikat õppides IKT vahendeid;
7. teisendab irratsionaal- ja ratsionaalavaldisi, lahendab võrrandeid ja võrratusi ning võrrandi- ja võrratusesüsteeme;
8. teisendab trigonomeetrilisi avaldisi ning kasutab trigonomeetriat ja vektoreid geomeetriaülesandeid lahendades;
9. koostab joone võrrandeid ning joonestab õpitud jooni nende võrrandite järgi;

10. kasutab juhusliku sündmuse tõenäosust ja juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikuid, uurides erinevate eluvaldkondade nähtusi;
11. uurib funktsioone tuletise põhjal;
12. tunneb tasandiliste ja ruumiliste kujundite omadusi, leiab geomeetriliste kujundite pindalaid ja ruumalaid (ka integraali abil).

## **2.2. 10. Klass**

### **2.2.1. I kursus „Arvuhulgad. Avaldised. Võrrandid ja võrratused”**

#### **Õpitulemused**

Kursuse lõpus õpilane:

1. eristab ratsionaal-, irratsionaal- ja reaalarve;
2. eristab võrdust, samasust, võrrandit ja võrratust;
3. selgitab võrrandite ja võrratuste lahendamisel kasutatavaid samasusteisendusi;
4. lahendab ühe tundmatuga lineaar-, ruut- ja lihtsamaid murdvõrrandeid ning nendeks taanduvaid võrrandeid;
5. sooritab tehteid astmete ja juurtega, teisendades viimased ratsionaalarvulise astendajaga astmeteks;
6. teisendab lihtsamaid ratsionaal- ja juuravaldisi;
7. lahendab lineaar- ja ruutvõrratuse ning ühe tundmatuga lineaarvõrratuste süsteeme;
8. lahendab lihtsamaid, sh tegelikkusest tulenevaid tekstülesandeid võrrandite ja võrrandisüsteemide abil.

#### **Õppesisu**

Naturaalarvude hulk  $N$ , täisarvude hulk  $Z$  ja ratsionaalarvude hulk  $Q$ . Irratsionaalarvude hulk  $I$ . Reaalarvude hulk  $R$ . Reaalarvude piirkonnad arvteljel. Arvu absoluutväärtus. Ratsionaalavaldiste lihtsustamine. Arvu  $n$ -es juur. Astme mõiste üldistamine: täisarvulise ja ratsionaalarvulise astendajaga aste. Murdvõrrand. Arvu juure esitamine ratsionaalarvulise astendajaga astmena. Tehted astmetega ning tehete näiteid võrdsete juurijatega juurtega. Võrratuse mõiste ja omadused. Lineaar- ja ruutvõrratused. Lihtsamate, sealhulgas tegelikkusest tulenevate tekstülesannete lahendamine võrrandite abil.

## 2.2.2. II kursus „Trigonomeetria I”

### Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

1. defineerib mis tahes nurga siinuse, koosinuse ja tangensi;
2. loeb trigonomeetriliste funktsioonide graafikuid;
3. teisendab kraadimõõdus antud nurga radiaanmõõtu ja vastupidi;
4. teisendab lihtsamaid trigonomeetrilisi avaldiseid;
5. rakendab kolmnurga pindala valemeid, siinus- ja koosinusteoreemi;
6. lahendab kolmnurki, arvutab kolmnurga, rööpküliku ja hulknurga pindala, arvutab
7. ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ning ringi sektori kui ringi osa pindala;
8. lahendab lihtsamaid rakendussisuga planimeetriaülesandeid.

### Õppesisu

Nurga mõiste üldistamine, radiaanmõõt. Mis tahes nurga trigonomeetrilised funktsioonid ( $\sin\alpha$ ,  $\cos\alpha$ ,  $\tan\alpha$ ), nende väärtused nurkade  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ ,  $360^\circ$  korral.

Negatiivse nurga trigonomeetrilised funktsioonid.

Funktsioonide  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \tan x$  graafikud.

Trigonomeetria põhiseosed:  $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ ;  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ;  $\cos \alpha = \sin (90^\circ - \alpha)$ ;

$\sin \alpha = \cos (90^\circ - \alpha)$ ;  $\tan \alpha = \frac{1}{\tan (90^\circ - \alpha)}$ ;  $\sin (-\alpha) = -\sin \alpha$ ;  $\cos (-\alpha) = \cos \alpha$ ;

$\tan (-\alpha) = -\tan \alpha$ ;  $\sin (\alpha + k \cdot 360^\circ) = \sin \alpha$ ;  $\cos (\alpha + k \cdot 360^\circ) = \cos \alpha$ ;  $\tan (\alpha + k \cdot 360^\circ) = \tan \alpha$ .

Siinus- ja koosinusteoreem. Kolmnurga pindala valemid, nende kasutamine hulknurga pindala arvutamisel.

Kolmnurga lahendamine. Ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ning ringi sektori kui ringi osa pindala arvutamine. Rakendussisuga ülesanded.

## 2.2.3. III Kursus Trigonomeetria II”

### Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

1. teisendab kraadimõõdu radiaanmõõduks ja vastupidi;
2. arvutab ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ning ringi sektori kui ringi osa pindala;
3. defineerib mis tahes nurga siinuse, koosinuse ja tangensi; teab siinuse, koosinuse ja tangensi vahelisi seoseid;
4. teab mõnede nurkade  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ ,  $360^\circ$  siinuse, koosinuse ja tangensi täpseid väärtusi; rakendab taandamisvalemeid, negatiivse ja täispöördest suurema nurga valemeid;
5. leiab taskuarvutil trigonomeetriliste funktsioonide väärtused ning nende väärtuste järgi nurga suuruse;
6. teab kahe nurga summa ja vahe valemeid; tuletab ning teab kahekordse nurga siinuse, koosinuse ja tangensi valemeid;
7. teisendab lihtsamaid trigonomeetrilisi avaldisi;
8. tõestab siinus- ja koosinusteoreemi;
9. lahendab kolmnurga ning arvutab kolmnurga pindala;
10. rakendab trigonomeetriat elulisi ülesandeid lahendades.

## Õppesisu

Nurga mõiste üldistamine. Nurga kraadi- ja radiaanmõõt. Mis tahes nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Nurkade  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ ,  $360^\circ$  siinuse, koosinuse ja tangensi täpsed väärtused. Seosed ühe ja sama nurga trigonomeetriliste funktsioonide vahel. Taandamisvalemid. Negatiivse ja täispöördest suurema nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Kahe nurga summa ja vahe trigonomeetrilised funktsioonid. Kahekordse nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Trigonomeetrilised avaldised. Ringjoone kaare pikkus, ringi sektori pindala. Kolmnurga pindala valemid. Siinus- ja koosinusteoreem. Kolmnurga lahendamine. Rakendusülesanded.

### 2.2.4. IV kursus „Vektor tasandil. Joone võrrand”

#### Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

1. selgitab vektori mõistet ja vektori koordinaate;



2. tunneb sirget, ringjoont ja parabooli ning nende võrrandeid, teab sirgete vastastikuseid asendeid tasandil;
3. liidab ja lahutab vektoreid ning korrutab vektorit arvuga nii geomeetriselt kui ka koordinaatkujul;
4. leiab vektorite skalaarkorrutise, rakendab vektorite ristseisu ja kollineaarsuse tunnuseid;
5. koostab sirge võrrandi, kui sirge on määratud punkti ja tõusuga, tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga;
6. määrab sirgete vastastikused asendid tasandil;
7. koostab ringjoone võrrandi keskpunkti ja raadiuse järgi;
8. joonestab sirgeid, ringjooni ja parabooli nende võrrandite järgi;
9. leiab kahe joone lõikepunktid (üks joontest on sirge);
10. kasutab vektoreid ja joone võrrandeid rakendussisuga ülesannetes.

## **Õppesisu**

Punkti asukoha määramine tasandil. Kahe punkti vaheline kaugus. Vektori mõiste ja tähistamine.

Vektorite võrdsus. Nullvektor, ühikvektor, vastandvektor, seotud vektor, vabavektor. Jõu kujutamine vektorina. Vektori koordinaadid. Vektori pikkus. Vektori korrutamine arvuga. Vektorite liitmine ja lahutamine (geomeetriselt ja koordinaatkujul). Kahe vektori vaheline nurk.

Kahe vektori skalaarkorrutis, selle rakendusi. Vektorite kollineaarsus ja ristseis. Sirge võrrand (tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga, punkti ja tõusuga määratud sirge). Kahe sirge vastastikused asendid tasandil. Nurk kahe sirge vahel. Parabooli võrrand. Ringjoone võrrand.

Joonte lõikepunktide leidmine. Kahe tundmatuga lineaarvõrrandist ning lineaarvõrrandist ja ruutvõrrandist koosnev võrrandisüsteem. Rakendussisuga ülesanded.

### **2.3. 11.Klass**

#### **2.3.1. V kursus „Tõenäosus, statistika”**

#### **Õpitulemused**

Kursuse lõpul õpilane:

1. eristab juhuslikku, kindlat ja võimatut sündmust ning selgitab sündmuse tõenäosuse mõistet, liike ja omadusi;
2. selgitab permutatsioonide, kombinatsioonide ja variatsioonide tähendust ning leiab nende arvu;

3. selgitab sõltuvate ja sõltumatute sündmuste korrutise ning välistavate ja mittevälistavate sündmuste summa tähendust;
4. arvutab erinevate, ka reaalse eluga seotud sündmuste tõenäosusi;
5. selgitab juhusliku suuruse jaotuse olemust ning juhusliku suuruse arvkarakteristikute (keskväärtus, mood, mediaan, standardhälve) tähendust, kirjeldab binoom- ja normaaljaotust; kasutab Bernoulli valemit tõenäosust arvutades;
6. selgitab valimi ja üldkogumi mõistet, andmete süstematiseerimise ja statistilise otsustuse usaldatavuse tähendust;
7. arvutab juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikuid ning teeb nende alusel järeldusi jaotuse või uuritava probleemi kohta;
8. leiab valimi järgi üldkogumi keskmise usalduspiirkonna;
9. kogub andmestiku ja analüüsib seda arvutil statistiliste vahenditega.

### **Õppesisu**

Permutatsioonid, kombinatsioonid ja variatsioonid. Sündmus. Sündmuste liigid. Klassikaline tõenäosus. Suhteline sagedus, statistiline tõenäosus. Geomeetriline tõenäosus. Sündmuste liigid: sõltuvad ja sõltumatud, välistavad ja mittevälistavad. Tõenäosuste liitmine ja korrutamine. Bernoulli valem. Diskreetne ja pidev juhuslik suurus, binoomjaotus, jaotuspolügoon ning arvkarakteristikud (keskväärtus, mood, mediaan, dispersioon, standardhälve). Rakendusülesanded. Üldkogum ja valim. Andmete kogumine ja süstematiseerimine. Statistilise andmestiku analüüsimine ühe tunnuse järgi. Korrelatsiooniväli. Lineaarne korrelatsioonikordaja. Normaaljaotus (näidete varal). Statistilise otsustuse usaldatavus keskväärtuse usaldusvahemiku näitel. Andmetöötluse projekt, mis realiseeritakse arvutiga (soovitavalt koostöös mõne teise õppeainega).

### **2.3.2. VI kursus „ Arvjadad. Funktsioonid I”**

#### **Õpitulemused**

Kursuse lõpus õpilane:

1. selgitab arvjada ning aritmeetilise ja geomeetrilise jada mõistet;
2. rakendab aritmeetilise ja geomeetrilise jada üldliikme ning  $n$  esimese liikme summa valemit, lahendades lihtsamaid elulisi ülesandeid;
3. selgitab arvjada, aritmeetilise ja geomeetrilise jada ning hääbuva geomeetrilise jada mõistet;

4. tuletab aritmeetilise ja geomeetrilise jada esimese  $n$  liikme summa ja hääbuva geomeetrilise jada summa valemid ning rakendab neid ning aritmeetilise ja geomeetrilise jada üldliikme valemid ülesandeid lahendades;
5. selgitab jada piirväärtuse olemust ning arvutab piirväärtuse; teab arvude  $\pi$  ja  $e$  tähendust;
6. lahendab elulisi ülesandeid aritmeetilise, geomeetrilise ning hääbuva geomeetrilise jada põhjal.
7. selgitab funktsiooni mõistet ja üldtähist ning funktsiooni uurimisega seonduvaid mõisteid;
8. kirjeldab graafiliselt esitatud funktsiooni omadusi; skitseerib graafikuid ning joonestab neid arvutiprogrammidega;
9. leiab valemiga esitatud funktsiooni määramispiirkonna, nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkonna algebraliselt; kontrollib, kas funktsioon on paaris või paaritu;
10. kirjeldab funktsiooni  $y = f(x)$  graafiku seost funktsioonide  $y = f(x) + a$ ,  $y = f(x + a)$ ,  $y = f(ax)$ ,  $y = af(x)$  graafikutega;

## Õppesisu

Arvjada mõiste, jada üldliige. Aritmeetiline jada, selle üldliikme ja summa valem. Geomeetiline jada, selle üldliikme ja summa valem.

Arvjada mõiste, jada üldliige, jadade liigid. Aritmeetiline jada, selle omadused. Aritmeetilise jada üldliikme valem ning esimese  $n$  liikme summa valem. Geomeetiline jada, selle omadused.

Geomeetrilise jada üldliikme valem ning esimese  $n$  liikme summa valem. Arvjada piirväärtus. Piirväärtuse arvutamine. Hääbuv geomeetiline jada, selle summa. Arv  $e$  piirväärtusena. Ringjoone pikkus ja ringi pindala piirväärtusena, arv  $\pi$ . Rakendusülesanded.

Funktsioonid  $y = ax + b$ ,  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $y =$  (kordavalt). Funktsiooni mõiste ja üldtähis. Funktsiooni esitusviisid. Funktsiooni määramis- ja muutumispiirkond. Paaris- ja paaritu funktsioon. Funktsiooni nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkond. Funktsiooni kasvamine ja kahanemine. Funktsiooni ekstreemum. Astmefunktsioon. Funktsioonide  $y = x$ ,  $y = x^2$ ,  $y = x^3$ ,  $y = x^{-1}$ ,  $y =$ ,  $y =$ ,  $y = x^{-2}$ ,  $y = |x|$  graafikud ja omadused. Funktsioonide  $y = f(x)$ ,  $y = f(x) + a$ ,  $y = f(x + a)$ ,  $y = f(ax)$ ,  $y = af(x)$  graafikud arvutil.

### 2.3.3. VII kursus „Funktsioonid II”

#### Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

1. selgitab funktsiooni tuletise mõistet, funktsiooni graafiku puutuja mõistet ning funktsiooni tuletise geomeetrilist tähendust;
2. leiab ainekavaga määratud funktsioonide tuletisi;
3. koostab funktsiooni graafiku puutuja võrrandi antud puutepunktis;
4. selgitab funktsiooni kasvamise ja kahanemise seost funktsiooni tuletisega, funktsiooni ekstreemumi mõistet ning ekstreemumi leidmise eeskirja;
5. leiab lihtsamate funktsioonide nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkonnad, kasvamis- ja kahanemisvahemikud, maksimum- ja miinimumpunktid ning skitseerib nende järgi funktsiooni graafiku;
6. lahendab lihtsamaid ekstreemumülesandeid.
7. selgitab funktsiooni perioodilisuse mõistet ning leiab siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni perioodi;
8. joonestab siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni graafikuid ning loeb graafikult funktsioonide omadusi;
9. leiab lihtsamate trigonomeetriliste võrrandite üldlahendid ja erilahendid etteantud piirkonnas, lahendab lihtsamaid trigonomeetrilisi võrratusi;

## Õppesisu

Funktsioonid  $y = ax + b$ ,  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $y =$  (kordavalt). Funktsiooni mõiste ja üldtähis. Funktsiooni esitusviisid. Funktsiooni määramis- ja muutumispiirkond. Paaris- ja paaritu funktsioon. Funktsiooni nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkond. Funktsiooni kasvamine ja kahanemine. Funktsiooni ekstreemum. Astmefunktsioon. Funktsioonide  $y = x$ ,  $y = x^2$ ,  $y = x^3$ ,  $y = x^{-1}$ ,  $y =$ ,  $y =$ ,  $y = x^{-2}$ ,  $y = |x|$  graafikud ja omadused. Funktsioonide  $y = f(x)$ ,  $y = f(x) + a$ ,  $y = f(x + a)$ ,  $y = f(ax)$ ,  $y = a f(x)$  graafikud arvutil.

Funktsiooni tuletise geomeetriline tähendus. Joone puutuja tõus, puutuja võrrand. Funktsioonide  $y = x^n$  ( $n \in Z$ ),  $y = e^x$ ;  $y = \ln x$  tuletised. Funktsioonide summa, vahe, korrutise ja jagatise tuletised. Funktsiooni teine tuletis. Funktsiooni kasvamise ja kahanemise uurimine ning ekstreemumite leidmine tuletise abil. Lihtsamad ekstreemumülesanded.

Funktsiooni perioodilisus. Siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni graafik ning omadused. Mõisted  $\arcsin m$ ,  $\arccos m$ ,  $\arctan m$ . Lihtsamad trigonomeetrilised võrrandid. Funktsiooni piirväärtus ja pidevus. Argumendi muut ja funktsiooni muut. Hetkkiirus. Funktsiooni graafiku puutuja tõus. Funktsiooni tuletise mõiste. Funktsiooni tuletise geomeetriline tähendus. Funktsioonide summa ja

vahe tuletis. Kahe funktsiooni korrutise tuletis. Astmefunktsiooni tuletis. Kahe funktsiooni jagatise tuletis. Funktsiooni teine tuletis. Liitfunktsioon ja selle tuletise leidmine. Trigonomeetriliste funktsioonide tuletised. Eksponent- ja logaritmfunktsiooni tuletis. Tuletiste tabel.

### **2.3.4. VII kursus „ Funktsiooni piirväärtus ja tuletis. Tuletise rakendused”**

#### **Õpitulemused**

Kursuse lõpus õpilane:

1. selgitab funktsiooni piirväärtuse ja tuletise mõistet ning tuletise füüsikalist ja geomeetrilist tähendust;
2. esitab liitfunktsiooni lihtsamate funktsioonide kaudu;
3. rakendab funktsioonide summa, vahe, korrutise ja jagatise tuletise leidmise eeskirja, leiab funktsiooni esimese ja teise tuletise.
4. koostab funktsiooni graafiku puutuja võrrandi;
5. selgitab funktsiooni kasvamise ja kahanemise seost funktsiooni tuletise märgiga, funktsiooni ekstreemumi mõistet ning ekstreemumi leidmise eeskirja;
6. leiab funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemikud, ekstreemumid; funktsiooni graafiku kumerus- ja nõgususvahemikud ning käänupunkti;
7. uurib funktsiooni täielikult ja skitseerib funktsiooni omaduste põhjal graafiku;
8. leiab funktsiooni suurima ja vähima väärtuse etteantud lõigul;
9. leiab funktsiooni suurima ja vähima väärtuse etteantud lõigul;

#### **Õppesisu**

Funktsiooni piirväärtus ja pidevus. Argumendi muut ja funktsiooni muut. Hetkkiirus. Funktsiooni graafiku puutuja tõus. Funktsiooni tuletise mõiste. Funktsiooni tuletise geomeetriline tähendus. Funktsioonide summa ja vahe tuletis. Kahe funktsiooni korrutise tuletis. Astmefunktsiooni tuletis. Kahe funktsiooni jagatise tuletis. Funktsiooni teine tuletis. Liitfunktsioon ja selle tuletise leidmine. Trigonomeetriliste funktsioonide tuletised. Eksponent- ja logaritmfunktsiooni tuletis. Tuletiste tabel. Puutuja tõus. Joone puutuja võrrand. Funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemik; funktsiooni ekstreemum; ekstreemumi olemasolu tarvilik ja piisav tingimus. Funktsiooni suurim ja vähim väärtus lõigul. Funktsiooni graafiku kumerus- ja nõgususvahemik, käänupunkt. Funktsiooni uurimine tuletise

abil. Funktsiooni graafiku skitseerimine funktsiooni omaduste põhjal. Funktsiooni tuletise kasutamise rakendusülesandeid. Ekstreemumülesanded.

## **2.4. 12.Klass**

### **2.4.1. IX Kursus „Planimeetria. Integraal”**

#### **Õpitulemused**

Kursuse lõpus õpilane:

1. tunneb ainekavas nimetatud geomeetrilisi kujundeid ja selgitab kujundite põhiomadusi;
2. kasutab geomeetria ja trigonomeetria mõisteid ning põhiseoseid elulisi ülesandeid lahendades;
3. tunneb algfunktsiooni mõistet ja leiab määramata integraale (polünoomidest);
4. tunneb ära kõvertrapetsi ning rakendab Newtoni-Leibnizi valemit määratud integraali arvutades;
5. arvutab määratud integraali järgi tasandilise kujundi pindala.

#### **Õppesisu**

Kolmnurgad, nelinurgad, korrapärased hulknurgad, ringjoon ja ring. Nende kujundite omadused, elementide vahelised seosed, übermõõdud ja pindalad rakendussisuga ülesannetes. Algfunktsioon ja määramata integraal. Määratud integraal. Newtoni-Leibnizi valem. Kõvertrapets, selle pindala. Lihtsamate funktsioonide integreerimine. Tasandilise kujundi pindala arvutamine määratud integraali alusel. Rakendusülesanded.

### **2.4.2. X Kursus „Sirge ja tasand ruumis“**

#### **Õpitulemused**

Kursuse lõpus õpilane:

1. kirjeldab punkti asukohta ruumis koordinaatide abil;
2. selgitab ruumivektori mõistet, lineaartehteid vektoritega, vektorite kollineaarsuse ja komplanaarsuse tunnuseid ning vektorite skalaarkorrutist;
3. kirjeldab sirge ja tasandi vastastikuseid asendeid;
4. arvutab kahe punkti vahelise kauguse, vektori pikkuse ning kahe vektori vahelise nurga;

5. määrab kahe sirge, sirge ja tasandi, kahe tasandi vastastikuse asendi ning arvutab nurga nende vahel stereomeetria ülesannetes;
6. kasutab vektoreid geomeetrilise ja füüsikalise sisuga ülesandeid lahendades.

## Õppesisu

Ruumigeomeetria asendilauseid: nurk kahe sirge, sirge ja tasandi ning kahe tasandi vahel, sirgete ja tasandite ristseis ning paralleelsus, kolme ristsirge teoreem, hulknurga projektsiooni pindala. Ristkoordinaadid ruumis. Punkti koordinaadid ruumis, punkti kohavektor. Vektori koordinaadid ruumis, vektori pikkus. Lineaartehted vektoritega. Vektorite kollineaarsus ja komplanaarsus, vektori avaldamine kolme mis tahes mittekomplanaarse vektori kaudu. Kahe vektori skalaarkorrutis. Kahe vektori vaheline nurk.

Sirge võrrandid ruumis, tasandi võrrand. Võrranditega antud sirgete ja tasandite vastastikuse asendi uurimine, sirge ja tasandi lõikepunkt, võrranditega antud sirgete vahelise nurga leidmine. Rakendusülesanded.

### 2.4.3. XI Kursus „Stereomeetria“

#### Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

1. teab hulktahukate ja pöördkehade liike ning nende pindalade arvutamise valemeid;
2. kujutab joonisel prisma, püramiidi, silindrit, koonust ja kera ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga;
3. arvutab kehade pindala ja ruumala ning nende kehade ja tasandi lõike pindala;
4. kasutab hulktahukaid ja pöördkehi kui mudeleid ümbritseva ruumi objekte uurides.

## Õppesisu

Prisma ja püramiid, nende pindala ja ruumala, korrapärased hulktahukad. Pöördkehad; silinder, koonus ja kera, nende pindala ja ruumala, kera segment, kiht, vöö ja sektor. Silindri, koonuse või kera ruumala valemi tuletamine. Ülesanded hulktahukate ja pöördkehade kohta. Hulktahukate ja pöördkehade lõiked tasandiga. Rakendusülesanded.

### 2.4.3. XII kursuse „Kordamine“

#### Õppe eesmärgid

Struktureerida ja korrastada õpilase matemaatilised teadmised. Valmistada õpilasi ette matemaatika riigieksamiks.

#### Õpitulemused

Kursuse lõpul õpilane:

1. koostab ja rakendab sobivaid matemaatilisi mudeleid, lahendades erinevate valdkondade ülesandeid;
2. teisendab irratsionaal- ja ratsionaalavaldisi;
3. lahendab võrrandeid ja võrratusi ning võrrandi ja võrratusesüsteeme;
4. teisendab trigonomeetrilisi avaldiseid ning kasutab trigonomeetriat ja vektoreid geomeetriaülesandeid lahendades;
5. lahendab elulisi ülesandeid aritmeetilise, geomeetrilise ning hääbuva geomeetrilise jada põhjal.
6. koostab joone võrrandeid ning joonestab õpitud jooni nende võrrandite järgi;
7. kasutab juhusliku sündmuse tõenäosust ja juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikuid, uurides erinevate eluvaldkondade nähtusi;
8. uurib funktsioone tuletise põhjal;
9. lahendab ekstreemumülesandeid;
10. tunneb tasandiliste ja ruumiliste kujundite omadusi, leiab geomeetriliste kujundite pindalasi ja ruumalasi (ka integraali abil).

#### Õppesisu

Ratsionaal – ja irratsionaalavaldiste lihtsustamine. Protsentarvutus. Algebraised võrrandid ja võrrandisüsteemid. Sirge võrrandid. Vektor tasandil ja ruumis. Ringjoone võrrand. Jada. Lihtsamad funktsioonid – nende uurimine ilma tuletiseta ja tuletise abil. Eksponent – ja logaritmvõrrandid. Eksponent – ja logaritmifunktsioon. Trigonomeetria. Ekstreemumülesanded. Tõenäosus ja kirjeldav statistika. Planimeetria ja stereomeetria ülesanded.



### **3. LAI MATEMAATIKA (14 valikkursusega)**

#### **3.1. Õppe- ja kasvatuseesmärgid**

Laia matemaatika õpetamisega gümnaasiumis taotletakse, et õpilane:

1. saab aru matemaatikakeeles esitatud teabest ning esitab oma matemaatilisi mõttekäike nii suuliselt kui ka kirjalikult;
2. valib, tõlgendab ja seostab erinevaid matemaatilise info esituse viise;
3. arutleb loogiliselt ja loovalt, arendab oma intuitsiooni;
4. püstitab matemaatilisi hüpoteese ning põhjendab ja tõestab neid;
5. modelleerib erinevate valdkondade probleeme matemaatiliselt ning hindab kriitiliselt matemaatilisi mudeleid;
6. väärtustab matemaatikat ning tunneb rõõmu matemaatikaga tegelemisest;
7. kasutab matemaatilises tegevuses erinevaid teabeallikaid ning hindab kriitiliselt neis sisalduvat teavet;
8. kasutab matemaatikat õppides IKT vahendeid.

#### **Õppeaine kirjeldus**

Lai matemaatika annab ettekujutuse matemaatika tähendusest ühiskonna arengus ning selle rakendamisest igapäevaelus, tehnoloogias, majanduses, loodus- ja täppisteadustes ning muudes ühiskonnaelu valdkondades. Selle tagamiseks lahendatakse rakendusülesandeid, kasutades vastavat IKT tarkvara. Tähtsal kohal on tõestamine ja põhjendamine.

#### **Gümnaasiumi õpitulemused**

Gümnaasiumi lõpetaja:

1. mõistab ja rakendab õpitud matemaatilisi meetodeid ning protseduure;
2. arutleb loogiliselt ja loovalt, formaliseerib oma matemaatilisi mõttekäike;
3. mõistab ja eristab funktsionaalseid ning statistilisi protsesse;
4. koostab ja rakendab sobivaid matemaatilisi mudeleid, lahendades erinevate valdkondade ülesandeid;
5. kasutab matemaatikat õppides erinevaid IKT vahendeid;

6. teisendab irratsionaal- ja ratsionaalavaldisi, lahendab võrrandeid ja võrratusi ning võrrandi- ja võrratusesüsteeme;
7. teisendab trigonomeetrilisi avaldise ning kasutab trigonomeetriat ja vektoreid geomeetriaülesandeid lahendades;
8. koostab joone võrrandeid ning joonestab õpitud jooni nende võrrandite järgi;
9. kasutab juhusliku sündmuse tõenäosust ja juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikuid, uurides erinevate eluvaldkondade nähtusi;
10. uurib funktsioone tuletise põhjal;
11. tunneb tasandiliste ja ruumiliste kujundite omadusi, leiab geomeetriliste kujundite pindalaid ja ruumalaid (ka integraali abil).

## **3.2. Kursuste õpitulemused ja õppesisu**

### **3.2.1. I kursus „Avaldised ja arvuhulgad”**

#### **Õpitulemused**

Kursuse lõpus õpilane:

1. selgitab naturaalarvude hulga  $N$ , täisarvude hulga  $Z$ , ratsionaalarvude hulga  $Q$ , irratsionaalarvude hulga  $I$  ja reaalarvude hulga  $R$  omadusi;
2. defineerib arvu absoluutväärtuse;
3. märgib arvteljel reaalarvude piirkondi;
4. esitab arvu juure ratsionaalarvulise astendajaga astmena ja vastupidi;
5. sooritab tehteid astmete ning võrdsete juurijatega juurtega;
6. teisendab lihtsamaid ratsionaal- ja irratsionaalavaldise;
7. lahendab rakendussisuga ülesandeid (sh protsentülesanded).

#### **Õppesisu**

Naturaalarvude hulk  $N$ , täisarvude hulk  $Z$ , ratsionaalarvude hulk  $Q$ , irratsionaalarvude hulk  $I$  ja reaalarvude hulk  $R$ , nende omadused. Reaalarvude piirkonnad arvteljel. Arvu absoluutväärtus. Arvusüsteemid (kahendsüsteemi näitel). Ratsionaal- ja irratsionaalavaldised. Arvu  $n$ -es juur. Astme mõiste üldistamine: täisarvulise ja ratsionaalarvulise astendajaga aste. Tehted astmete ja juurtega.

### **3.2.2. II kursus „Võrrandid ja võrrandisüsteemid”**

#### **Õpitulemused**

Kursuse lõpus õpilane:

1. selgitab võrduse, samasuse ja võrrandi, võrrandi lahendi, võrrandi- ja võrratusesüsteemi lahendi ning lahendihulga mõistet;
2. selgitab võrrandite ning nende süsteemide lahendamisel rakendatavaid samasusteisendusi;
3. lahendab ühe tundmatuga lineaar-, ruut-, murd- ja lihtsamaid juurvõrrandeid ning nendeks taanduvaid võrrandeid;
4. lahendab lihtsamaid üht absoluutväärtust sisaldavaid võrrandeid;
5. lahendab võrrandisüsteeme;
6. lahendab tekstülesandeid võrrandite (võrrandisüsteemide) abil.

#### **Õppesisu**

Võrdus, võrrand, samasus. Võrrandite samaväärsus, samaväärsusteisendused. Lineaar-, ruut-, murd- ja juurvõrrandid (kuni kaks juurt) ning nendeks taanduavad võrrandid. Üht absoluutväärtust sisaldav võrrand. Võrrandisüsteemid. Kahe- ja kolmerealine determinant. Tekstülesanded.

### **3.2.3. III kursus „Võrratused. Trigonomeetria I”**

#### **Õpitulemused**

Kursuse lõpus õpilane:

1. selgitab võrratuse omadusi ning võrratuse ja võrratusesüsteemi lahendihulga mõistet;
2. selgitab võrratuste ning nende süsteemide lahendamisel rakendatavaid samasusteisendusi;
3. lahendab lineaar-, ruut- ja murdvõrratuseid ning lihtsamaid võrratusesüsteeme;
4. leiab taskuarvutil teravnurga trigonomeetriliste funktsioonide väärtused ning nende väärtuste järgi nurga suuruse;
5. lahendab täisnurkse kolmnurga;
6. kasutab täiendusnurga trigonomeetrilisi funktsioone;
7. kasutab lihtsustamisülesannetes trigonomeetria põhiseoseid.

## Õppesisu

Võrratuse mõiste ja omadused. Lineaarvõrratused. Ruutvõrratused. Intervallmeetod. Lihtsamad murdvõrratused. Võrratusesüsteemid.

Teravnurga siinus, koosinus ja tangens. Täiendusnurga trigonomeetrilised funktsioonid.

Trigonomeetrilised põhiseosed täisnurkses kolmnurgas.

### 3.2.4. IV kursus „Trigonomeetria II”

#### Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

1. teisendab kraadimõõdu radiaanmõõduks ja vastupidi;
2. arvutab ringjoone kaare kui ringjoone osa pikkuse ning ringi sektori kui ringi osa pindala;
3. defineerib mis tahes nurga siinuse, koosinuse ja tangensi; teab siinuse, koosinuse ja tangensi vahelisi seoseid;
4. teab mõnede nurkade  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ ,  $360^\circ$  siinuse, koosinuse ja tangensi täpseid väärtusi; rakendab taandamisvalemeid, negatiivse ja täispöördest suurema nurga valemeid;
5. leiab taskuarvutil trigonomeetriliste funktsioonide väärtused ning nende väärtuste järgi nurga suuruse;
6. teab kahe nurga summa ja vahe valemeid; tuletab ning teab kahekordse nurga siinuse, koosinuse ja tangensi valemeid;
7. teisendab lihtsamaid trigonomeetrilisi avaldiseid;
8. tõestab siinus- ja koosinusteoreemi;
9. lahendab kolmnurga ning arvutab kolmnurga pindala;
10. rakendab trigonomeetria elulisi ülesandeid lahendades.

## Õppesisu

Nurga mõiste üldistamine. Nurga kraadi- ja radiaanmõõt. Mis tahes nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Nurkade  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ ,  $360^\circ$  siinuse, koosinuse ja tangensi täpsed väärtused. Seosed ühe ja sama nurga trigonomeetriliste funktsioonide vahel. Taandamisvalemid.

Negatiivse ja täispöördest suurema nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Kahe nurga summa ja vahe trigonomeetrilised funktsioonid. Kahekordse nurga trigonomeetrilised funktsioonid. Trigonomeetrilised avaldised. Ringjoone kaare pikkus, ringi sektori pindala. Kolmnurga pindala valemid. Siinus- ja koosinusteoreem. Kolmnurga lahendamine. Rakendusülesanded.

### 3.2.5. V kursus „Vektor tasandil. Joone võrrand”

#### Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

1. selgitab mõisteid *vektor*, *ühik-*, *null-* ja *vastandvektor*, *vektori koordinaadid*, *kahe vektori vaheline nurk*;
2. liidab, lahutab ja korrutab vektoreid arvuga nii geomeetriselt kui ka koordinaatkujul;
3. arvutab kahe vektori skalaarkorrutise ning rakendab vektoreid füüsikalise sisuga ülesannetes;
4. kasutab vektorite ristseisu ja kollineaarsuse tunnuseid;
5. lahendab kolmnurka vektorite abil;
6. leiab lõigu keskpunkti koordinaadid;
7. koostab sirge võrrandi (kui sirge on määratud punkti ja sihivektoriga, punkti ja tõusuga, tõusu ja algordinaadiga, kahe punktiga) ning teisendab selle üldvõrrandiks; määrab kahe sirge vastastikuse asendi tasandil, lõikuvate sirgete korral leiab sirgete lõikepunkti ja nurga sirgete vahel;
8. koostab hüperbooli, parabooli ja ringjoone võrrandi; joonestab ainekavas esitatud jooni nende võrrandite järgi; leiab kahe joone lõikepunktid.

#### Õppesisu

Kahe punkti vaheline kaugus. Vektori mõiste ja tähistamine. Nullvektor, ühikvektor, vastandvektor, seotud vektor, vabavektor. Vektorite võrdsus. Vektori koordinaadid. Vektori pikkus. Vektorite liitmine ja lahutamine. Vektori korrutamine arvuga. Lõigu keskpunkti koordinaadid. Kahe vektori vaheline nurk. Vektorite kollineaarsus. Kahe vektori skalaarkorrutis, selle rakendusi, vektorite ristseis. Kolmnurkade lahendamine vektorite abil.

Sirge võrrand. Sirge üldvõrrand. Kahe sirge vastastikused asendid tasandil. Nurk kahe sirge vahel. Ringjoone võrrand. Parabool  $y = ax^2 + bx + c$  ja hüperbool  $y = \frac{a}{x}$ . Joone võrrandi mõiste. Kahe joone lõikepunkt.

### 3.2.6. VI kursus „Tõenäosus, statistika“

#### Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

1. eristab juhuslikku, kindlat ja võimatut sündmust ning selgitab sündmuse tõenäosuse mõistet, liike ja omadusi;
2. selgitab permutatsioonide, kombinatsioonide ja variatsioonide tähendust ning leiab nende arvu;
3. selgitab sõltuvate ja sõltumatute sündmuste korrutise ning välistavate ja mittevälistavate sündmuste summa tähendust;
4. arvutab erinevate, ka reaalse eluga seotud sündmuste tõenäosusi;
5. selgitab juhusliku suuruse jaotuse olemust ning juhusliku suuruse arvkarakteristikute (keskväärtus, mood, mediaan, standardhälve) tähendust, kirjeldab binoom- ja normaaljaotust; kasutab Bernoulli valemit tõenäosust arvutades;
6. selgitab valimi ja üldkogumi mõistet ning andmete süstematiseerimise ja statistilise otsustuse usaldatavuse tähendust;
7. arvutab juhusliku suuruse jaotuse arvkarakteristikuid ning teeb nende alusel järeldusi jaotuse või uuritava probleemi kohta;
8. leiab valimi järgi üldkogumi keskmise usalduspiirkonna;
9. kogub andmestikku ja analüüsib seda IKT abil statistiliste vahenditega.

#### Õppesisu

Permutatsioonid, kombinatsioonid ja variatsioonid. Sündmus. Sündmuste liigid. Klassikaline tõenäosus. Suhteline sagedus, statistiline tõenäosus. Geomeetriline tõenäosus. Sündmuste liigid: sõltuvad ja sõltumatud, välistavad ja mittevälistavad. Tõenäosuste liitmine ja korrutamine. Bernoulli valem.

Diskreetne ja pidev juhuslik suurus, binoomjaotus, jaotuspolügoon ning arvkarakteristikud (keskväärtus, mood, mediaan, dispersioon, standardhälve). Rakendusülesanded.

Üldkogum ja valim. Andmete kogumine ja süstematiseerimine. Statistilise andmestiku analüüsimine ühe tunnuse järgi. Korrelatsiooniväli. Lineaarne korrelatsioonikordaja. Normaaljaotus (näidete varal). Statistilise otsustuse usaldatavus keskväärtuse usaldusvahemiku näitel. Andmetöötuse projekt, mis realiseeritakse IKT vahendite abil (soovitavalt koostöös mõne teise õppeainega).

### 3.2.7. VII kursus „Funktsioonid. Arvjadad”

#### Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

1. selgitab funktsiooni mõistet ja üldtähist ning funktsiooni uurimisega seonduvaid mõisteid;
2. kirjeldab graafiliselt esitatud funktsiooni omadusi; skitseerib graafikuid ning joonestab neid arvutiprogrammidega;
3. leiab valemiga esitatud funktsiooni määramispiirkonna, nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkonna algebraliselt; kontrollib, kas funktsioon on paaris või paaritu;
4. kirjeldab funktsiooni  $y = f(x)$  graafiku seost funktsioonide  $y = f(x) + a$ ,  $y = f(x + a)$ ,  $y = f(ax)$ ,  $y = af(x)$  graafikutega;
5. selgitab arvjada, aritmeetilise ja geomeetrilise jada ning hääbuva geomeetrilise jada mõistet;
6. tuletab aritmeetilise ja geomeetrilise jada esimese  $n$  liikme summa ja hääbuva geomeetrilise jada summa valemid ning rakendab neid ning aritmeetilise ja geomeetrilise jada üldliikme valemeid ülesandeid lahendades;
7. selgitab jada piirväärtuse olemust ning arvutab piirväärtuse; teab arvude  $\pi$  ja  $e$  tähendust;
8. lahendab elulisi ülesandeid aritmeetilise, geomeetrilise ning hääbuva geomeetrilise jada põhjal.

#### Õppesisu

Funktsioonid  $y = ax + b$ ,  $y = ax^2 + bx + c$ ,  $y = \frac{a}{x}$  (kordavalt). Funktsiooni mõiste ja üldtähis. Funktsiooni esitusviisid. Funktsiooni määramis- ja muutumispiirkond. Paaris- ja paaritu funktsioon. Funktsiooni nullkohad, positiivsus- ja negatiivsuspiirkond. Funktsiooni kasvamine ja kahanemine. Funktsiooni ekstreemum. Astmefunktsioon. Funktsioonide  $y = x$ ,  $y = x^2$ ,  $y = x^3$ ,  $y = x^{-1}$ ,  $y = \sqrt{x}$ ,

$y = \sqrt[3]{x}$ ,  $y = x^{-2}$ ,  $y = |x|$  graafikud ja omadused. Funktsioonide  $y = f(x)$ ,  $y = f(x) + a$ ,  $y = f(x + a)$ ,  $y = f(ax)$ ,  $y = af(x)$  graafikud arvutil.

Arvjada mõiste, jada üldliige, jadade liigid. Aritmeetiline jada, selle omadused. Aritmeetilise jada üldliikme valem ning esimese  $n$  liikme summa valem. Geomeetriline jada, selle omadused.

Geomeetrilise jada üldliikme valem ning esimese  $n$  liikme summa valem. Arvjada piirväärtus. Piirväärtuse arvutamine. Hääbu geomeetriline jada, selle summa. Arv  $e$  piirväärtusena. Ringjoone pikkus ja ringi pindala piirväärtusena, arv  $\pi$ . Rakendusülesanded.

### 3.2.8. VIII kursus „Eksponent- ja logaritmifunktsioon“

#### Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

1. selgitab liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise olemust;
2. lahendab liitprotsendilise kasvamise ja kahanemise ülesandeid;
3. kirjeldab eksponentfunktsiooni, sh funktsiooni  $y = e^x$  omadusi;
4. selgitab arvu logaritmi mõistet ja selle omadusi; logaritmi ning potentseerib lihtsamaid avaldise, vahetab logaritmi alust;
5. kirjeldab logaritmifunktsiooni ja selle omadusi;
6. oskab leida eksponent- ja logaritmifunktsiooni pöördfunktsiooni;
7. joonestab eksponent- ja logaritmifunktsiooni graafikuid ning loeb graafikult funktsioonide omadusi;
8. lahendab lihtsamaid eksponent- ja logaritmivõrrandeid ning -võrratusi;
9. kasutab eksponent- ja logaritmifunktsioone reaalse elu nähtusi modelleerides ning uurides.

#### Õppesisu

Liitprotsendiline kasvamine ja kahanemine. Eksponentfunktsioon, selle graafik ja omadused. Arvu logaritm. Korrutise, jagatise ja astme logaritm. Logaritmine ja potentseerimine. Üleminek logaritmi ühelt aluselt teisele. Logaritmifunktsioon, selle graafik ja omadused. Pöördfunktsiooni mõiste eksponent- ja logaritmifunktsiooni näitel. Eksponent- ja logaritmivõrrand, nende lahendamine. Rakendusülesandeid eksponent- ja logaritmivõrrandite kohta. Eksponent- ja logaritmivõrratus.



### 3.2.9. IX kursus „Trigonomeetrilised funktsioonid. Funktsiooni piirväärtus ja tuletis”

#### Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

1. selgitab funktsiooni perioodilisuse mõistet ning leiab siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni perioodi;
2. joonestab siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni graafikuid ning loeb graafikult funktsioonide omadusi;
3. leiab lihtsamate trigonomeetriliste võrrandite üldlahendid ja erilahendid etteantud piirkonnas, lahendab lihtsamaid trigonomeetrilisi võrratusi;
4. selgitab funktsiooni piirväärtuse ja tuletise mõistet ning tuletise füüsikalist ja geomeetrilist tähendust;
5. esitab liitfunktsiooni lihtsamate funktsioonide kaudu;
6. rakendab funktsioonide summa, vahe, korrutise ja jagatise tuletise leidmise eeskirja, leiab funktsiooni esimese ja teise tuletise.

#### Õppesisu

Funktsiooni perioodilisus. Siinus-, koosinus- ja tangensfunktsiooni graafik ning omadused. Mõisted  $\arcsin m$ ,  $\arccos m$ ,  $\arctan m$ . Lihtsamad trigonomeetrilised võrrandid. Funktsiooni piirväärtus ja pidevus. Argumendi muut ja funktsiooni muut. Hetkkiirus. Funktsiooni graafiku puutuja tõus. Funktsiooni tuletise mõiste. Funktsiooni tuletise geomeetriline tähendus. Funktsioonide summa ja vahe tuletis. Kahe funktsiooni korrutise tuletis. Astmefunktsiooni tuletis. Kahe funktsiooni jagatise tuletis. Funktsiooni teine tuletis. Liitfunktsioon ja selle tuletise leidmine. Trigonomeetriliste funktsioonide tuletised. Eksponent- ja logaritmfunktsiooni tuletis. Tuletiste tabel.

### 3.2.10. X kursus „Tuletise rakendused”

#### Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

1. koostab funktsiooni graafiku puutuja võrrandi;
2. selgitab funktsiooni kasvamise ja kahanemise seost funktsiooni tuletise märgiga, funktsiooni ekstreemumi mõistet ning ekstreemumi leidmist;
3. leiab funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemikud, ekstreemumid, funktsiooni graafiku kumerus- ja nõgususvahemikud ning käänupunkti;
4. uurib ainekavas etteantud funktsioone täielikult ja skitseerib funktsiooni omaduste põhjal graafiku;
5. leiab funktsiooni suurima ja vähima väärtuse etteantud lõigul;
6. lahendab rakenduslikke ekstreemumülesandeid.

## **Õppesisu**

Puutuja tõus. Joone puutuja võrrand. Funktsiooni kasvamis- ja kahanemisvahemik; funktsiooni ekstreemum; ekstreemumi olemasolu tarvilik ja piisav tingimus. Funktsiooni suurim ja vähim väärtus lõigul. Funktsiooni graafiku kumerus- ja nõgususvahemik, käänupunkt. Funktsiooni uurimine tuletise abil. Funktsiooni graafiku skitseerimine funktsiooni omaduste põhjal. Funktsiooni tuletise kasutamise rakendusülesandeid. Ekstreemumülesanded.

### **3.2.11. XI kursus „Integraal. Planimeetria“**

#### **Õpitulemused**

Kursuse lõpus õpilane:

1. selgitab algfunktsiooni mõistet ning leiab lihtsamate funktsioonide määramata integraale põhiintegraalide tabeli ja integraali omaduste järgi;
2. selgitab kõvertrapetsi mõistet ning rakendab Newtoni-Leibnizi valemit määratud integraali leides;
3. arvutab määratud integraali abil kõvertrapetsi pindala, mitmest osast koosneva pinnatüki ja kahe kõveraga piiratud pinnatüki pindala ning lihtsama pöördkeha ruumala;
4. selgitab geomeetriliste kujundite ja nende elementide omadusi, kujutab vastavaid kujundeid joonisel; uurib IKT vahendite abil geomeetriliste kujundite omadusi ning kujutab vastavaid kujundeid joonisel;

5. selgitab kolmnurkade kongruentsuse ja sarnasuse tunnuseid, sarnaste hulknurkade omadusi ning kujundite übermõõdu ja pindala arvutamist;
6. lahendab planimeetria arvutusülesandeid (samuti lihtsamaid tõestusülesandeid);
7. kasutab geomeetrilisi kujundeid kui mudeleid ümbritseva ruumi objektide uurimisel.

## Õppesisu

Algfunktsiooni ja määramata integraali mõiste. Integraali omadused. Kõvertrapets, selle pindala piirväärtusena. Määratud integraal, Newtoni-Leibnizi valem. Integraali kasutamine tasandilise kujundi pindala, pöördkeha ruumala ning töö arvutamisel.

Kolmnurk, selle sise- ja välisnurk, kolmnurga sisenurga poolitaja, selle omadus. Kolmnurga sise- ja ümberringjoon. Kolmnurga mediaan, mediaanide omadus. Kolmnurga kesklõik, selle omadus. Meetrilised seosed täisnurkses kolmnurgas. Hulknurk, selle liigid. Kumera hulknurga sisenurkade summa. Hulknurkade sarnasus. Sarnaste hulknurkade übermõõtude suhe ja pindalade suhe. Hulknurga sise- ja ümberringjoon. Rööpkülik, selle eriliigid ja omadused. Trapets, selle liigid. Trapetsi kesklõik, selle omadused. Kesknurk ja piirdenurk. Thalese teoreem. Ringjoone lõikaja ning puutuja. Kõõl- ja puutujahulknurk. Kolmnurga pindala. Rakenduslikud geomeetriaülesanded.

### 3.2.12. XII kursuse „Sirge ja tasand ruumis“

#### Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

1. kirjeldab punkti asukohta ruumis koordinaatide abil;
2. selgitab ruumivektori mõistet, lineaartehteid vektoritega, vektorite kollineaarsuse ja komplanaarsuse tunnuseid ning vektorite skalaarkorrutist;
3. kirjeldab sirge ja tasandi vastastikuseid asendeid;
4. arvutab kahe punkti vahelise kauguse, vektori pikkuse ning kahe vektori vahelise nurga;
5. määrab kahe sirge, sirge ja tasandi, kahe tasandi vastastikuse asendi ning arvutab nurga nende vahel stereomeetria ülesannetes;
6. kasutab vektoreid geomeetrilise ja füüsikalise sisuga ülesandeid lahendades.

## Õppesisu

Ruumigeomeetria asendilauseid: nurk kahe sirge, sirge ja tasandi ning kahe tasandi vahel, sirgete ja tasandite ristseis ning paralleelsus, kolme ristsirge teoreem, hulknurga projektsiooni pindala. Ristkoordinaadid ruumis. Punkti koordinaadid ruumis, punkti kohavektor. Vektori koordinaadid ruumis, vektori pikkus. Lineaartehted vektoritega. Vektorite kollineaarsus ja komplanaarsus, vektori avaldamine kolme mis tahes mittekomplanaarse vektori kaudu. Kahe vektori skalaarkorrutis. Kahe vektori vaheline nurk.

Sirge võrrandid ruumis, tasandi võrrand. Võrranditega antud sirgete ja tasandite vastastikuse asendi uurimine, sirge ja tasandi lõikepunkt, võrranditega antud sirgete vahelise nurga leidmine. Rakendusülesanded.

### 3.2.13. XIII kursus „Stereomeetria“

#### Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

1. teab hulktahukate ja pöördkehade liike ning nende pindalade arvutamise valemeid;
2. kujutab joonisel prismat, püramiidi, silindrit, koonust ja kera ning nende lihtsamaid lõikeid tasandiga;
3. arvutab kehade pindala ja ruumala ning nende kehade ja tasandi lõike pindala;
4. kasutab hulktahukaid ja pöördkehi kui mudeleid ümbritseva ruumi objekte uurides.

## Õppesisu

Prisma ja püramiid, nende pindala ja ruumala, korrapärased hulktahukad. Pöördkehad; silinder, koonus ja kera, nende pindala ja ruumala, kera segment, kiht, vöö ja sektor. Silindri, koonuse või kera ruumala valemi tuletamine. Ülesanded hulktahukate ja pöördkehade kohta. Hulktahukate ja pöördkehade lõiked tasandiga. Rakendusülesanded.

### 3.2.14. XIV kursus „Matemaatika rakendused, reaalsete protsesside uurimine“

#### Õpitulemused

Kursuse lõpus õpilane:

1. selgitab matemaatilise modelleerimise ning selle protseduuride üldist olemust;
2. tunneb lihtsamate mudelite koostamiseks vajalikke meetodeid ja funktsioone;
3. kasutab mõningaid loodus- ja majandusteaduse olulisemaid mudeleid ning meetodeid;
4. lahendab tekstülesandeid võrrandite abil;
5. märkab reaalse maailma valdkondade mõningaid seaduspärasusi ja seoseid;
6. koostab kergesti modelleeritavate reaalsuse nähtuste matemaatilisi mudeleid ning kasutab neid tegelikkuse uurimiseks;
7. kasutab IKT vahendeid ülesandeid lahendades.

## **Õppesisu**

Matemaatilise mudeli tähendus, nähtuse modelleerimise etapid, mudeli headuse ja rakendatavuse hindamine. Tekstülesannete (sh protsentülesannete) lahendamine võrrandite kui ülesannete matemaatiliste mudelite koostamise ja lahendamise abil.

Lineaar-, ruut- ja eksponentfunktsioone rakendavad mudelid loodus- ning majandusteaduses, tehnoloogias ja mujal (nt füüsikaliste suuruste seosed, orgaanilise kasvamise mudelid bioloogias, nõudlus- ja pakkumisfunktsioonid ning marginaalfunktsioonid majandusteaduses, materjalikulu arvutused tehnoloogias jne). Kursuse käsitlus tugineb arvutusvahendite kasutamisele.